Dr. Cecilia Scorza
Dr. Olaf Fischer

Reflexion von Wärmestrahlen

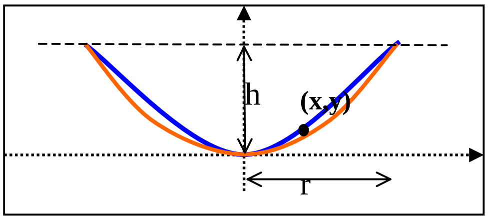
Aufgabe

Man berechne den Ort des Brennpunktes für den gegebenen Hohlspiegel (Durchmesser $2r$ = 38,9 cm und Scheitel^^tiefe h = 6 cm) für die Fälle, dass dieser die Form eines Rotationsparaboloids oder eines Sphäroids hat. Um welches Maß weicht die Brennweite dieser Hohlspiegel voneinander ab?

Die Lage des Brennpunktes ist auch experimentell zu ermitteln. Dazu soll ein Hohlspiegel mit einer Lötkolbenspitze als Sender und ein weiterer Hohlspiegel mit einem Thermometer (oder einem Streichholz) als Empfänger dienen. Der Strahlengang im Versuchsaufbau ist zu skizzieren und die Messwerte sind aufzuzeichnen. Welche Hohlspiegelform liegt vor?

Das Ergebnis kann durch Vermessung eines Spiegelpunktes (y) im Abstand (x = 5 cm) von der optischen Achse bestätigt werden.

Information – Mathematik und Physik



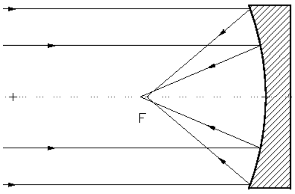
Brennweiten von Hohlspiegeln

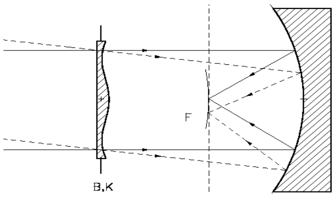
Die Brennweite f eines Rotationsparaboloids $y = a \cdot x^2$ beträgt $f = \frac{1}{4a}$.

Die Brennweite f eines Sphäroids (Radius R) $y = -\sqrt{r^2 - x^2} + R$ beträgt $f = \frac{R}{2}$.

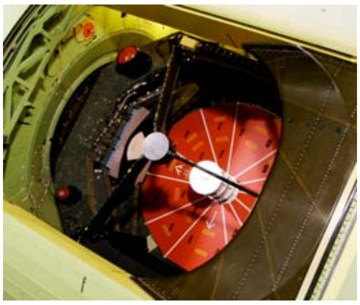
Sphärische Aberration

Teleskopspiegel zur Abbildung großer Himmelsgebiete müssen sphärisch sein. Derartige Spiegel haben jedoch naturgemäß den Abbildungsfehler der sphärischen Aberration, d. h. für achsnahe Parallelstrahlen ist die Brennweite kürzer als für achsferne Parallelstrahlen (Bild links). Zur Korrektur dieses Fehlers hat der Optiker Schmidt eine Korrektionsplatte entwickelt, die wie eine Brille vor die Eintrittsöffnung des Teleskops gesetzt wird. Derartige Teleskope nennt man Schmidt-Spiegel (Bild rechts).

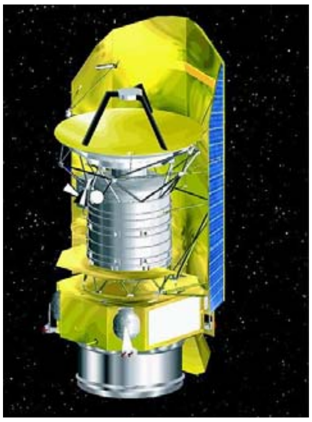




Information – Astronomie



Die meisten Spiegelteleskope haben die Form von Rotationsparaboloiden (rechts das bald größte Weltraumteleskop – das Herschel-Teleskop zur Beobachtung von IR-Strahlung aus dem Kosmos, welches 2008/2009 in Beobachtungsposition ins Weltall transportiert wird, links: Teleskop im Flugzeugrumpf einer Boeing-747 (Projekt SOFIA). Mit parabolischen Spiegeln können aber nur kleine Himmelsgebiete abgebildet werden.



Lösung Aufgabe

Im Falle eines Rotationsparaboloids $y = a \cdot x^2$ würde man rechnen:

$a = \frac{y}{x^2} = \frac{6\,\text{cm}}{19{,}5^2\,\text{cm}^2} \approx \frac{0{,}01578}{\text{cm}}$. Der Brennpunkt läge dann $\frac{1}{4a} \approx 15{,}8\,\text{cm}$.

Im Falle eines Sphäroids $y = -\sqrt{r^2 - x^2} + R$ müsste man rechnen:

$R = \frac{y^2 + x^2}{2y} = \frac{(6\,\text{cm})^2 + (19{,}5\,\text{cm})^2}{2 \cdot 6\,\text{cm}} \approx 34{,}7$ cm. Der Brennpunkt wäre dann bei etwa 17,3 cm.

Im Abstand von x=5 cm beträgt die vermessbare Tiefe des Punktes eines Paraboloids ausgehend von der Parallelen zur Achse, die durch den Scheitel geht

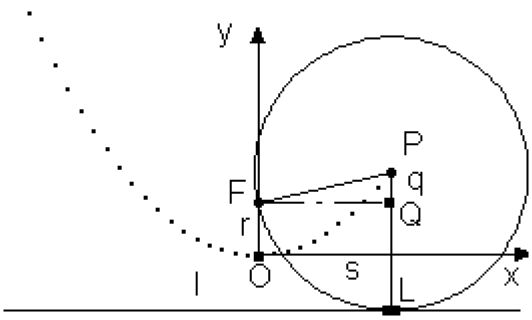
$y = 6\,\text{cm} - a \cdot x^2 = 6\,\text{cm} - \frac{0{,}01578}{\text{cm}} \cdot 5^2\ \text{cm}^2 \approx 5{,}6\,\text{cm}.$

Im Abstand von x=5 cm beträgt die vermessbare Tiefe des Punktes eines Sphäroids ausgehend von der Parallelen zur Achse, die durch den Scheitel geht

$y = 6\,\text{cm} - \left(-\sqrt{r^2 - x^2} + R\right) = 6\,\text{cm} - \left(-\sqrt{34{,}7^2\,\text{cm}^2 - 5^2\ \text{cm}^2} + 34{,}7\ \text{cm}\right) \approx 6{,}4\,\text{cm}.$

Eine Gerade l und ein Punkt F sind gegeben, wobei F nicht auf l liegt. Die Menge aller Punkte P mit der Eigenschaft |lP|=|FP| heißt Parabel. Es sind also alle Punkte, die den gleichen Abstand zum Punkt F und der Geraden l haben.
Die Gerade l heißt Leitlinie und der Punkt F heißt Brennpunkt.

Um eine Gleichung zu erhalten wählen wir die Leitlinie parallel zur x-Achse im Koordinatensystem.



Sei der Koordinatenurprung O(0, 0) im Minimum der Parabel. Dann gilt für den Brennpunkt F=(0, r). L=(s, -r), denn wenn der Kreismittelpunkt durch O geht ist |OL|=r und P=(s, r+q)=(x_0, y_0).

Nun gilt nach Pythagoras $|PF|^2=|PQ|^2+|QF|^2$.

Da |PF|=|PL| folgt

$(2r+q)^2=q^2+s^2$

$4r^2+4rq+q^2=q^2+s^2$

$4r(r+q)=s^2$

$$4r\, y_0 = x_0^2$$

$$y_0 = \frac{x_0^2}{4r}$$

Das ist aber die Gleichung einer Parabel mit der Konstanten 1/4r.